

# 高雄大學應用數學系

## 每月挑戰 007-009

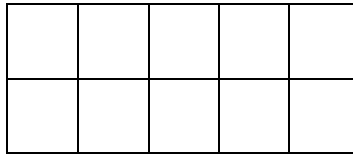
2012 年十一月

徵答收件截止時間：2012/12/31.

1. 每個月將公布若干個數學問題徵答，由系上老師出題，歡迎同學來挑戰。
2. 同學解出任何一題皆可將解答投稿到系辦（答案紙格式可於系網頁上下載）。系上將擇優公布優良解答，並公開表揚優秀解題同學。

### 007

- (a) 在  $2 \times n$  的棋盤(下圖為一  $2 \times 5$  的棋盤)上，用  $k$  種不同的顏色來塗各區域，規定「相鄰的區域，不能塗同樣的顏色」，那麼總共有幾種不同的塗法？
- (b) 承(a)，若推廣成  $m \times n$  的棋盤，則總共有幾種不同的塗法？



[張惠蘭教授出題]

### 008

Let  $M_{n \times m}(\mathbb{R})$  be the set of  $n \times m$  real matrices. Suppose that  $A \in M_{n \times k}(\mathbb{R})$  and  $B \in M_{m \times l}(\mathbb{R})$ . Let  $T: M_{k \times m}(\mathbb{R}) \rightarrow M_{n \times l}(\mathbb{R})$  be defined by

$$T(X) = AXB.$$

- a. Show that  $T$  is a linear transformation.
- b. Let  $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$  and  $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ . Find the eigenvalues and eigenvectors of  $T$ .

[郭岳承教授出題]

### 009

Prove that every closed set in  $\mathbb{R}$  is the intersection of countable collection of open sets.

[吳宗芳教授出題]