

# NUK Math 徵答 001 解答

游森棚

November 6, 2012

## 問題 001

將 9 寫成連續正整數的和有三種方法:  $2 + 3 + 4$ , 或  $4 + 5$ , 或 9 (單一個 9 也算一種)

(2) 試求出將 2012 寫成連續正整數的和的所有方法.

(1) 試求出將 2013 寫成連續正整數的和的所有方法.

## 解 1: 戴克倫的解法

1. 令  $n, m$  為連續正整數和中的最小與最大值. 故

$$2012 = \frac{(n+m)(n-m+1)}{2},$$

因此  $(n+m)(n-m+1) = 4024 \times 1 = 2012 \times 2 = 1006 \times 4 = 503 \times 8$ . 又  $(n+m), (n-m+1)$  皆為正整數. 因此解聯立方程  $(n+m, n-m+1) = (4024, 1), (n+m, n-m+1) = (2012, 2), (n+m, n-m+1) = (1006, 4), (n+m, n-m+1) = (503, 8)$  得兩組解.

2. 同理, 此時  $(n+m)(n-m+1) = 4026 \times 1 = 2013 \times 2 = 1342 \times 3 = 366 \times 11 = 66 \times 61 = 671 \times 6 = 183 \times 22 = 122 \times 33$ . 解之得到八組解.

## 解 2: 劉育維的解法

1. 分解  $2012 = 2^2 \times 503$

(a) 奇數個相加  $2012 \times 1$ , 得到 2012.

(b) 偶數個相加  $251.5 \times 8$ , 得到  $248 + \dots + 251 + 252 + \dots + 255$

故共有兩解

2. 分解  $2013 = 3 \times 11 \times 61$ ,

(a) 奇數個相加:

i.  $2013 \times 1$ , 得到 2013

ii.  $671 \times 3$ , 得到  $670 + 671 + 672$ .

iii.  $183 \times 11$ , 得到  $178 + \dots + 183 + \dots + 188$ .

iv.  $61 \times 33$ , 得到  $45 + \dots + 61 + \dots + 77$ .

v.  $33 \times 61$ , 得到  $3 + \dots + 33 + \dots + 63$ .

(b) 偶數個相加:

i.  $1006.5 \times 2$ , 得到  $1006 + 1007$ .

ii.  $333.5 \times 6$ , 得到  $333 + \dots + 335 + 336 + \dots + 338$ .

iii.  $91.5 \times 22$ , 得到  $81 + \dots + 91 + 92 + \dots + 102$ .

iv.  $30.5 \times 66$ , 得到  $-2 + \dots + 30 + 31 + \dots + 63$  不合.

故共有八解.

### 解 3: 賴志嘉的解法

% 以下爲 C 語言 %

```
# include <stdio.h>
```

```
# include <stdlib.h>
```

```
int main()
```

```
{
```

```
    int i,j,l; int k;
```

```
    for (i=1;i<1007; i++){
```

```
        k=2013; l=i;
```

```
        for (j=1; j<=1007; j++){
```

```
            k=k-l;
```

```
            if (k==0){
```

```
                printf ("2013 is an addition from %d to %d\n",i,l);
```

```
                break;
```

```
    }  
    else if (k<0){  
        break  
    }  
    l++  
} }  
printf ("2013 is an addition from 2013 to 2013");  
system("PAUSE");  
}
```

跑出來的結果有八個解. 第一小題將 2013 改成 2012, 跑出來有兩個解.

### 答題優良名單

大四 (102 級): 王瓊誼, 戴克倫

大三 (103 級): 賴兪瑾, 林彥廷, 翁嘉駿, 張亦得

大二 (104 級): 王俊文, 蔡承翰, 鐘一嘉, 賴志嘉

大一 (105 級): 劉育維, 陳宏綺